

Интеракције и симетрије: група симетрије Стандардног модела

Апстракт: Три интеракције које су обухваћене данас важећим Стандардним моделом, електромагнетна, слаба нуклеарна и јака нуклеарна, имају своје групе симетрије: $U(1)$, $SU(2)$ и $SU(3)$ респективно. Композитна група симетрије је њихов директни производ $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$, а покушаји унификације ових интеракција спроводе се коришћењем разних виших група симетрије – од минималне $SU(5)$ па надаље. Још неостварени циљ теоријске физике – унификација свих интеракција (сем гравитације са чијом квантизацијом не иде лако, а која се може посматрати и као геометрија, односно метрика простор-времена) – требало би да на јединствен начин третира све три интеракције, свдећи их на једну. Као посебну вредност разматрања симетрија треба нагласити предвиђање још неоткривених елементарних честица, о чијем постојању и особинама можемо да наслутимо управо из разматрања група симетрија – аналогно својевременом предвиђању о постојању још непронађених хемијских елемената на празним местима Менделјејевог система.

Стандардни модел

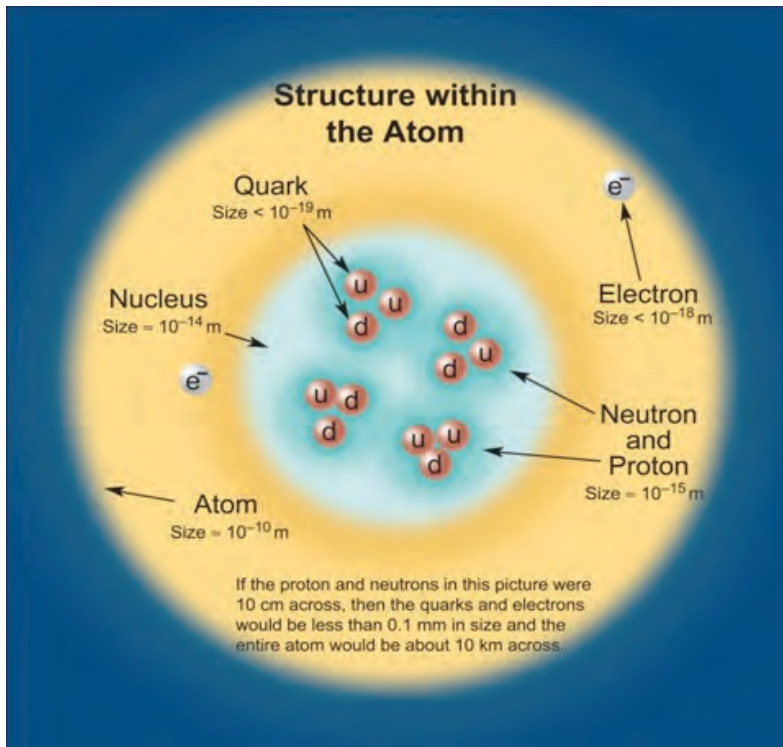
Најкраће речено, стандардни модел у савременој теоријској физици обухвата сва наша сазнања о елементима структуре материје и механизмима интеракција међу њима. Према овом моделу, материја се састоји од фермиона – честица полуцелог спина, а интеракције преносе бозони – честице целог спина. Постоје две врсте фермиона: лептони (лаке честице) и кваркови. Од „традиционалних“ елементарних честица, које смо некада сматрали недељивим (електрон, протон, неутрон) само је електрон задржао тај статус, док су протон и неутрон, према данашњим схватањима, састављени од по три кварка. Међу њима јављају се три интеракције: електромагнетна, слаба и јака (некад: слаба нуклеарна и јака нуклеарна интеракција.).

* dragankostich@gmail.com

слици: up и down кварк, електрон и електронски неутрино. Остале колоне – генерације фермиона – комплетирају модел, тачније, оне постоје али су маргинално заступљене у грађи материјалног света каквог данас познајемо.

Спин свих наведених честица из прве три колоне је, као што је речено, $1/2$ (зато: фермиони, честице које задовољавају Ферми-Диракову статистику, која је, опет, последица Паулијевог принципа забране – да не могу постојати два фермиона у истом квантном стању, то јест са истим скупом вредности свих квантних бројева), а наелектрисање је разломљено и износи $2/3 * e$ или $-1/3 * e$ (e елементарно наелектрисање.) Тако, рецимо, два up-кварка (укупног наелектрисања $4/3 e$) и један down-кварк (наелектрисања $-1/3 e$) дају протон (наелектрисања $+ e$) док један up-кварк и два down-кварка дају неутрон (наелектрисања 0 .)

У четвртој колони наведени су преносиоци интеракција, навешћемо их по времену открића: безмасени фотон преносилац електромагнетне интеракције, масивни неутрални Z^0 и два масивна наелектрисана W^\pm - бозона су преносиоци слабе интеракције, а глюони (којих има 8 врста, такође масе 0 , као и фотони) су преносиоци јаке интеракције. Сви преносиоци интеракције имају спин једнак 1 .



Све горе наведене честице имају своје античестице (кваркови имају антикваркове, античестица електрону је позитрон, а ту су и антинеутрини све три врсте. Неке од честица су саме себи античестице – фотон, на пример. У принципу, античестице граде антиматерију, које у нашем Свемиру има врло мало. Једна од нерешених тајни савремене физике је и та несиметрија, односно питање: зашто материје има толико више него антиматерије).

Нови квантни бројеви који се уводе при описивању слабе и јаке интеракције јесу: изоспин (по аналогији са „класичним“ спином) и боја (енг. color, квантно својство без аналогије са класичним величинама – користи се израз „боја“ због сличности са сабирањем класичних боја.) Боја има три: red, green, blue а постоје и антибоје: antired, antigreen и antiblue. Комбинација r-g-b даје „бело“ или „колор-неутрално“ стање, а исто дају и комбинације боја-антибоја.

Интеракције и њихове симетрије

У принципу, свака симетрија у физици има за последицу неки закон одржања. Разликујемо просторно-временске симетрије и унутрашње симетрије конкретне теорије. Опет, постоје глобалне и локалне симетрије (пример глобалне симетрије простор-времена јесу Лоренцове трансформације на којима се заснива Специјална теорија релативности, а као пример локалне симетрије наводимо Општу теорију релативности.) Овде ћемо говорити само о унутрашњим симетријама ових трију интеракција: електромагнетне, слабе и јаке.

Унутрашња симетрија електромагнетне интеракције је група $U(1)$ – једнодимензиона група комплексних бројева норме 1. У општем случају група симетрије сваке од три интеракције је $SU(n)$ – група унитарних (зато U) матрица реда $n \times n$ са „специјалним“ (отуда S) својством да им је детерминанта једнака јединици. У случају $U(1)$ се не може реализоват тај захтев ($\det=1$) те се група не зове $SU(1)$ него $U(1)$. Димензионалност n унитарних матрица се креће од 1 за електромагнетну, преко 2 за слабу, до 3 за јаку интеракцију. Иначе, сама димензионалност групе симетрије није унапред задата неком очигледном особином конкретне интеракције, већ је резултат анализе експерименталних чињеница и „уклапања“ читаве слике – мноштва разноврсних честица откривених у акцелераторима – у неку компактну и конзистентну шему.

Ако је закључено да је група симетрије неке интеракције $SU(n)$, то значи да постоји унутрашње својство које има n могућих вредности. То унутрашње својство – односно нови квантни број – у случају слабе

интеракције назива се слаби изоспин, по аналогији са правим спином, јер су у питању матрице 2×2 . За јаку интеракцију ред матрица је 3, а одговарајуће унутрашње својство је „боја“ (color) кваркова, који једини трпе (и генеришу) јаку интеракцију. А из димензионалности групе симетрије закључујемо и о броју различитих преносиоца интеракције – тзв. „гејџ“-бозона – тако што тај број идентификујемо са бројем линеарно независних матрица (искључујући јединичну) које „разапињу“ простор унитарних матрица групе симетрије. Како је тај број n^2-1 , то у случају слабе силе имамо $2^2-1=3$ преносиоца - W^\pm и Z^0 - а у случају јаке силе чак $3^2-1=8$ глюона.

Укупна група симетрије стандардног модела је, дакле, $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$. У оваквој шеми, свака интеракција делује у свом простору, укупни простор стања је директни производ векторских простора, а оператори су директни производи матрица које делују у овим независним просторима.

Наведимо неке од могућих базиса – међусобно ортогоналних матрица из којих је могуће генерисати све унитарне трансформације:

-за $SU(2)$ симетрију погодан је базис Паулијевих спинских матрица:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(детерминанта ових матрица је -1 , траг је једнак 0 ; од њих се, једноставним множењем са i , лако долази до унитарних „специјалних“ матрица детерминанте једнаке $+1$.)

У циљу систематизације експерименталних резултата и открића већег броја тешких честица – хадрона (мезона и бариона) – од којих је већина врло нестабилних, развијени су теоријски модели који су коначно резултирали увођењем кваркова као основних градивних елемената тешких честица (па и нуклеона – протона и неутрона) и тзв. јаке силе (алтернативно: јака нуклеарна интеракција) као механизма који одржава на окупу пре свега нуклеоне, а онда и њихове ансамбле – атомска језгра. Као унутрашња симетрија ове интеракције претпостављена је група симетрије $SU(3)$ коју чине специјалне (детерминанта им је једнака 1) унитарне матрице реда 3×3 .

Група $SU(3)$ има 8 независних генератора, хермитских матрица чији је траг једнак нули, и које се по конвенцији означавају са $\lambda_\alpha/2$ ($\alpha= 1, \dots, 8$) где су:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

тзв. Гел-Манове λ -матрице. Приметимо велику сличност Паулијевих 2×2 σ -матрица и 3×3 λ -матрица. Очигледно је да су λ -матрице генерализација σ -матрица при преласку са дводимензионалне $SU(2)$ на тродимензионалну $SU(3)$ групу симетрије. Мало „компликованија“ форма последње од њих (λ_8) последица је захтева да њен траг буде нула, као и да буде линеарно независна од дијагоналне λ_3 и јединичне 3×3 матрице.

Уз помоћ ових матрица конструишемо унитарне 3×3 матрице $U = e^{i\varphi_\alpha \lambda_\alpha / 2}$ које потпуно „разапињу простор“ $SU(3)$ матрица, то јест свака унитарна 3×3 матрица чија је детерминанта једнака један може се развити преко ових генератора.

Релације ортогоналности 3×3 λ -матрица исте су као код 2×2 σ -матрица: $Tr(\lambda_\alpha \lambda_\beta) = 2\delta_{\alpha\beta}$.

Унификација

До сада је успешно спроведена само унификација електромагнетне и слабе интеракције, те се често користи заједнички термин: електрослаба интеракција. Група симетрије ове унифициране теорије је такође $U(1) \times SU(2)$, с тим што су у унификованој теорији „измешани“ параметри засебних теорија. Тако је уведена величина – нови квантни број – „слаби изоспин“, а

и „слаби хипернабој“ уместо класичног наелектрисања. Таквим третманом добијају се 4 бозона – преносиоца интеракције: W_1, W_2, W_3 , које приписујемо слабом изоспину, и V бозон који приписујемо слабом хипернабоју.

Спонтано нарушење симетрије

Четири бозона W_1, W_2, W_3 и V су сви безмасени, све док важи симетрија $SU(2) \times U(1)$. Спонтаним нарушењем симетрије – што је општи механизам свођења више симетрије на нижу – од ова четири бозона добијају се сасвим различити масивни бозони W^\pm и Z^0 , и фотон γ који нема масу. Овде треба напоменути да, иако се исто означавају, групе симетрије $SU(2) \times U(1)$ пре и после нарушења симетрије нису исте: пре нарушења у питању је група $SU(2) \times U(1)_Y$, где је Y слаби хипернабој, а после нарушења у питању је група $SU(2) \times U(1)_{em}$ која је група симетрије електромагнетизма.

Литература:

1. H. Fritzsch, Elementary Particles, Building Blocks of Matter, World Scientific, Singapore, 2005.
2. M. Gell-Mann, D. Sharp, W.G. Wagner, Phys. Rev. Lett. 8, 261 (1962).
3. R.P. Feynman, M. Kislinger, and F. Ravndal, Phys. Rev. D 3, 2706 (1971).